



การวิเคราะห์เชิงเรขาคณิตและการหาค่าเหมาะที่สุดของเส้นโค้งตระกูลไฮโปโทรคอยด์
ในงานวิศวกรรมการผลิต

พชร สัตยพันธ์, ศิริกร แสงรัตน์, นงลักษณ์ อรรถกาญจน์ และ จาลิณี อ้นเย็ก

¹ โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาราชวิทยาลัย ตรัง, ตำบลบางรัก, อำเภอเมือง, จังหวัดตรัง 92000, ประเทศไทย

*E-mail: 07042@pcshstrg.ac.th

บทคัดย่อ

โครงการวิศวกรรมประยุกต์นี้มุ่งแก้ปัญหาข้อจำกัดของซอฟต์แวร์ CAD/CAM และระบบควบคุม CNC ที่ประเมินความยาวเส้นโค้งไฮโปโทรคอยด์ด้วยวิธีหอย่อยเส้นตรงซึ่งมีความซับซ้อนของเวลาแบบ $O(n)$ ทำให้กินทรัพยากรหน่วยประมวลผลสูง คณะผู้จัดทำจึงได้พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์รูปแบบปิด โดยบูรณาการทฤษฎีจำนวน (ตัวคูณร่วมน้อย) เข้ากับการประมาณค่าวงรีของรามานุจัน จนได้สมการพีชคณิตที่สามารถประมวลผลเสร็จสิ้นในขั้นตอนเดียวด้วยความซับซ้อน $O(1)$

จากการทดสอบพารามิเตอร์ 3,000 รูปแบบ เพื่อเปรียบเทียบสมรรถนะกับระบบ CAD พบว่าสมการของโครงการให้ผลลัพธ์ที่เหนือกว่าในกรณีกลไกข้อต่อแนวตรงและท่อนยนต์ ($\lambda = 1$) สมการลดรูปเป็นสมการแม่นยำที่ปราศจากความคลาดเคลื่อน (Error 0.0000%) แก้ปัญหาการคำนวณพิกัดเพี้ยนบริเวณจุดหักมุม (Cusps) ได้อย่างเด็ดขาด ส่วนกรณีงานกัดโลหะ CNC ($\lambda < 1$) และการออกแบบโปรไฟล์ลูกเบี้ยว ($\lambda > 1$) สมการรักษาความแม่นยำได้ในระดับ 0.0000002% ถึง 0.06% ซึ่งเทียบเท่าหรือดีกว่าซอฟต์แวร์ระดับอุตสาหกรรม

สรุปได้ว่า สมการรูปแบบปิดที่พัฒนาขึ้น ช่วยลดภาระของหน่วยประมวลผลระบบควบคุมได้เกือบ 100% (Zero CPU Overload) อีกทั้งยังสามารถนำไปประยุกต์เป็น "ดัชนีคัดกรองความสามารถในการผลิต" เชิงตัวเลข เพื่อแจ้งเตือนปรากฏการณ์การตัดขวิด ในชิ้นส่วนกลไกได้ล่วงหน้า นำไปสู่การลดต้นทุนและยกระดับประสิทธิภาพอุตสาหกรรมผลิตอัตโนมัติได้อย่างเป็นรูปธรรม

คำสำคัญ: ไฮโปโทรคอยด์ (Hypotrochoid), ความยาวส่วนโค้ง (Arc Length), สมการพารามิตริก (Parametric Equation), เส้นโค้งปิด (Closed Curves), ปริพันธ์วงรี (Elliptic Integrals)